

機械部門

澤技術士事務所 澤 俊勝

技能検定機械検査実技ペーパーテスト問題と算額の類似例題の紹介

はじめに

私事で恐縮だが、ここ数年、ある中堅企業で、新人・若手技術者・技能者向け社内教育のお手伝いをさせて頂いている。昨年の技能検定試験(機械加工/ホブ盤1級)には受験者全員(4名)が合格し、今年1月には8名が機械加工の最終走者的役割を持つ「機械検査試験」に挑戦した。リーマンショック以来、「ものづくり業界」は今年も厳しい業況に置かれているが、このような時にこそ力を蓄え将来に備えることは有意義なこと考える。

この様な状況から、技能検定機械検査の問題を調べたところ、学科試験と、実技試験があり、その実技試験にはペーパーテストも含まれている。測定作業だけでは測定職種の技量が判定できないものをチェックするためである。その内容は、制限時間の中で、決められた測定具(補助具も含め)を全て使用し、測定段取り、測定方法、目的の値(寸法、角度等)を求める計算式と説明図を描いて解答するものである。

さて、このペーパーテスト問題を見て、昔何処かの神社で見たことのある「算額」に似ている(?)と直感したのだが、これが算額の類似問題を調べて見る動機となった。

ご存知の方も多いと思うが、「算額」とは「和算」に於ける数学の問題を「問、答、術」の形式で解き、解けたことを神仏に感謝し、益々勉学に励むことを祈念して、神社仏閣に奉納したと言われている。つまり、数学の絵馬のことである。

算額は、江戸中期(寛文年間)頃から始まり、昭和の初期頃まで続いた風習とされ、平成9年の調査では、全国に820面(一説では975面)の算額が現存する。この様な算額奉納の習慣は、世界でも類例がなく、日本独特の文化であり、明治の洋算導入を容易にしたのも算額奉納の貢献として評価されている。

算額の内容は、矩形をはじめ、円、円筒、楕円、球などの図形を中心にした問題が多く、高校1・2年から専門の数学知識(冪級数展開、反転法、ベルヌイ数等)がないと解けない難問も多く含まれているように思われる。

此処で御紹介するのは、技能検定のペーパーテスト例題が、偶々ピタゴラスの定理を利用する問題であったことから、算額例題も「鉤股弦の定理」(ピタゴラスの定理)を用いた例題に絞り、現代風訳文、現代風解法を添えたものである。漢文構成であるため解り難い点もあると思うが、よく眺めていれば自ずと判ってくるのではないかと思う。尚、個人的見解だが、洋算の導入する前の江戸時代の人達が、漢字?の記号を使って、正しい「答」と「術」を示していることに驚きと同時に少なからず興味を憶える。以下、技能検定機械検査(1級)実技ペーパーテスト問題1例と算額問題(2例)を紹介させて頂くが、昔を思い出して漢文に挑戦して見ては如何でしょうか。

[岐阜県技術士会会報の情報連絡先]

代表幹事 田中 秀和 〒509-0108 各務原市テクノプラザ1-1 テクノプラザ内
TEL: 0583-79-0580 FAX: 0583-85-4316 Email: gcea9901@ybb.ne.jp

技能検定機械検査実技ペーパーテスト問題例

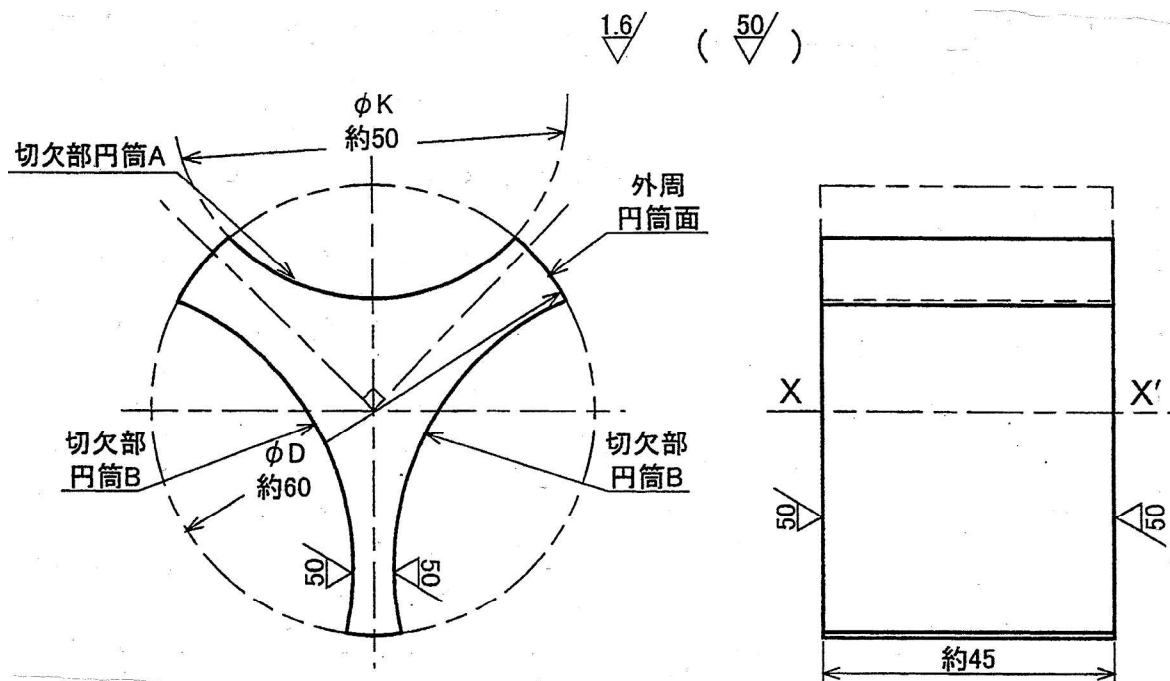
1.問題

下図に示す部品の直径D及び切り欠き部の直径Kを求める場合、測定段取り方法、測定方法及び計算式について解答用紙に説明図を使用し答えなさい。但し、下記の一覧の測定器及び測定用補助具はすべて使用し、他のものは一切使用しないものとする。

説明図は既に部分的に記載されているので、其の図を利用し追記しなさい。但し部品は次の条件を満足しているものとする。

「条件」

- 1.部品の外周直径Dは、真円度、円筒度、及び軸心の真直度が完全な円筒の一部である。
- 2.切欠き円筒 A は、真円度、円筒度共に完全で、其の部品の軸心 X-X' に平行である。
- 3.円筒部品は切欠き A の両側の外周円筒面で、90°Vブロックに接する。



測定器及び測定用具一覧表

品名	寸法又は規格	数量
ブロックゲージ		制限なし
スタンド付きてこ式ダイヤルゲージ	目量 0.01mm	1 個
90°Vブロック		1 個
測定用ローラ	直径 20mm(既知)、長さ 50mm	2 個
精密定盤		1 個

注意 1.測定器及び測定用補助具は、正確なものである。

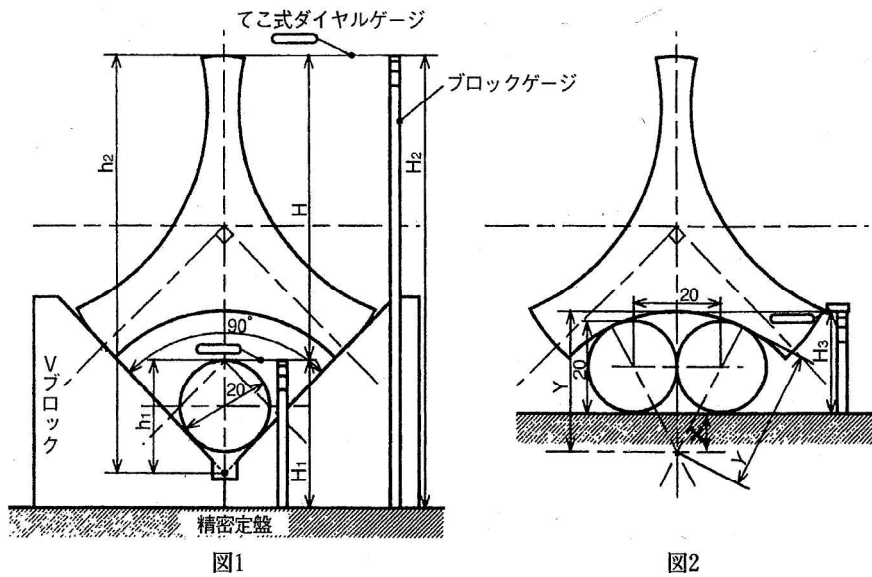
2. 寸法又は規格欄について記入のないものは、寸法及び規格は規定しない。

[岐阜県技術士会会報の情報連絡先]

代表幹事 田中 秀和 〒509-0108 各務原市テクノプラザ1-1 テクノプラザ内
TEL : 0583-79-0580 FAX : 0583-85-4316 E-mail:gcea9901@ybb.ne.jp

2.解答

2-1.説明図



2-2.段取り方法及び測定方法

- (1) 90° Vブロックに測定用ローラ 20 を載せて、其のローラの最高点の高さを ダイヤルゲージとブロックゲージで比較し測る。
- (2) Vブロック上に切欠き A を下にして外径が V 傾斜面に当たる様に載せ、反対側外径を上にし、最高高さを同様に測る。
- (3) ローラ 2 つを密着させ(水平に)、其の上に切欠き部 A を載せて、切欠きの最高点の定盤からの高さを測る。

2-3.直径 D 及び K を求める計算式

(1) 直径 D を求める計算式

$$h_2 = D / \sqrt{2 + D/2} \quad \dots \quad H = H_2 - H_1 = h_2 - h_1 = (D - 20) / (\sqrt{2 + 1}) \quad \dots$$

$$h_1 = 20 / \sqrt{2 + 20/2} \quad \dots \quad D = 2H / (\sqrt{2 + 1}) \quad \dots$$

(2) 切欠きの直径 K を求める計算式

図 2 で、求める (Y 半径切欠 K/2) とローラ 2 個の下定盤面と Y の中心との距離 X と切欠頂点 H3 との関係は、 $(Y - 10)^2 = (X + 10)^2 + 10^2 \quad \dots \quad Y = X + H_3 \quad \dots$

、から、 $X^2 + 2XH_3 + H_3^2 - 20X - 20H_3 = X^2 + 20X + 100 \quad \dots$

$$(2H_3 - 40)X = 100 + 20H_3 - H_3^2 \quad \dots$$

$$X = (100 + 20H_3 - H_3^2) / (2H_3 - 40) \quad \dots$$

$$Y = (100 + 20H_3 - H_3^2) / (2H_3 - 40) + H_3 \quad \dots$$

答え K = 2Y より、 $K = (100 + 20H_3 - H_3^2) / (H_3 - 20) + 2H_3$

[岐阜県技術士会会報の情報連絡先]

代表幹事 田中 秀和 〒509-0108 各務原市テクノプラザ1-1 テクノプラザ内
TEL : 0583-79-0580 FAX : 0583-85-4316 E-mail: gcea9901@ybb.ne.jp

算額の問題例

1.比例と勾股弦の定理(ピタゴラスの定理)問題

「問題例」寅稲神社(埼玉岡部町/文化14年/1817年)

<p>得中徑合問</p> <p>以減天地和餘以大徑</p> <p>倍之如一箇<small>地名</small>開平方</p> <p>術曰置五分開平方<small>天名</small></p>	<p>寸<small>有寄</small>〇〇〇</p> <p>答曰中圓徑三十七</p>	<p>問中圓徑幾何</p> <p>只云大圓徑五十八寸</p> <p>今有如圖直線載六圓</p>	
---	--	---	--

現代風訳文

図のように直線上に6つの円が接するようにある。ここで大円の直径を58寸、とすると、中円の直径はいくらか。

答 中円の直径は、37.000...寸

計算方法:0.5を平方に開き、天と名づける。天を2倍し1を足したものを地と名づける。大円の直径を天と地を足したのから地を平方にひらいたものを引いた結果で割れば、中円の直径が求められる。また、大円の直径を(k)、中円の直径を(x)とすると、 $x = k / (H + G - G)$ である。

ただし、 $H = 0.5$ $G = 2H + 1$ とする。

<現代風解法例>

大円をK(k)、中円をO(x)、小円をL(L)とし、 $k = 2L$ とする。

$AB = KD = a$ とすると、大円と小円の直径の比例関係から、

$a^2 = kL$ である。

故に、 $2a^2 = k^2$ 、 $2a = k$

また、 $OE = CD = b$ と置くと、 $OE^2 = OK^2 - KE^2$

$$b^2 = (k/2 + x/2)^2 - (a - x/2)^2$$

$$4b^2 = k^2 + 2kx - 4a^2 + 4ax \dots\dots\dots$$

更に、直角三角形 OCL において、

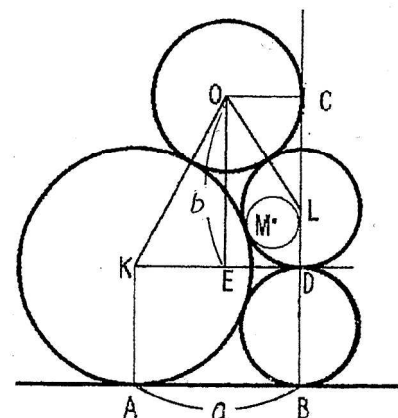
$$CL^2 = (x/2 + L/2)^2 - (x/2)^2$$

$$CL = 1/2 \cdot (L^2 + 2Lx)$$

従って、 $CD = 1/2 \cdot (L^2 + 2Lx) + L/2$

$$4b^2 = L^2 + 2Lx + 2L \cdot (L^2 + 2Lx) + L^2 \dots$$

$$\therefore \text{より、} k^2 + 2kx - 4a^2 + 4ax - 2L^2 - 2Lx = 2L \cdot (L^2 + 2Lx)$$



[岐阜県技術士会会報の情報連絡先]

代表幹事 田中 秀和 〒509-0108 各務原市テクノプラザ1-1 テクノプラザ内
TEL : 0583-79-0580 FAX : 0583-85-4316 E-mail:gcea9901@ybb.ne.jp

岐 阜 県 技 術 士 会 会 報

-30
2010. 3.16

発行人 田中 秀和
編集人 西牧 武彦

$$2k(L^2+2Lx) = 2kx - 3k^2 + 8ax$$

両辺を2乗して、

$$4k^2(k^2/4 + 2 \cdot k/2 \cdot x) = 4k^2x^2 + 9k^4 + 64a^2x^2 - 12k^3x - 48k^2ax + 32akx^2$$

$2a^2 = k^2$ より、 $a = k/\sqrt{2}$ を代入して

$$k^2 + 4kx = 4x^2 + 9k^2 + 32x^2 - 12kx - 24 \sqrt{2}kx + 16 \sqrt{2}x^2$$

$$2k^2 - 2(2+3\sqrt{2})kx + (9+4\sqrt{2})x^2 = 0$$

$$k = [2+3\sqrt{2} \pm \sqrt{(2+3\sqrt{2})^2 - 2(9+4\sqrt{2})}] \cdot (x/2)$$

$$= \{3\sqrt{2} \pm \sqrt{4+4\sqrt{2}}\} \cdot (x/2)$$

$$= \{ \sqrt{2}/2 \pm \sqrt{2}/2 \pm \sqrt{4+4\sqrt{2}}/2 \} \cdot x$$

$$= [(1/2) \pm \sqrt{1+2\sqrt{2}}] \cdot x$$

$$= \{ (0.5 \pm \sqrt{1+2\sqrt{2}}) \} \cdot x$$

ここで、 $0.5 = H$ 、 $\sqrt{1+2\sqrt{2}} = G$ として、

$$= (H+G \pm G) \cdot x$$

$$x = k / (H+G \pm G)$$

複合「-」の時： $x = k / (H+G - G)$ ……術日

$$k = 58, H = 0.5 = 0.7071, G = \sqrt{1+2\sqrt{2}} = 2.4142, G = 1.56769$$

$$x = 37.000657 \dots\dots\dots$$
 答

複合「+」の時： $x = k / (H+G + G)$ 、

$$= 12.40625$$

この円は、直線BC、円K、円Lに接する円Mと考えられる。

< 所感 >

「問」の漢文は、高校時代に教わった程度であるが、よく眺めていると、凡その意味は解ってくるが、「術」の中の名称を天や地としているところなど面白い。

「術」の解法手順が全く記入されていないので、どのような数学記号を使用して解いたのか、判らない。恐らく、「甲」、「乙」、「丙」のような「漢字記号」で式をつくり計算をしていたものと推測する。現在の数学記号(所謂、洋算)で教育を受けた者にとって、不思議な感覚を覚えると同時に、面倒な計算をして正解を出していることに感心する。この問題は、算額例題としては「易しい部類」に属すると思われるが、鍵はピタゴラスの定理(鉤股弦の定理)と、大円、小円との比例関係($a^2 = kL$)である。

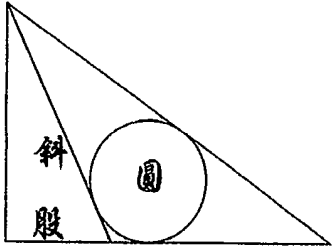
大宝律令(701年)、養老律令(758年)の注釈書「令義解」(833年)によれば、数学の教科書の一つとして、「九章算術」(中国からの日本最古の輸入書)があり、「鉤股」の章で、「鉤股弦の定理」が紹介されている。尚、当時は、貴族の子弟の教育機関である大学・国学で使用されたものであり、一般庶民への普及は、江戸時代(例えば、「塵劫記」等)を待たねばならない。

[岐阜県技術士会会報の情報連絡先]

代表幹事 田中 秀和 〒509-0108 各務原市テクノプラザ1-1 テクノプラザ内
TEL : 0583-79-0580 FAX : 0583-85-4316 Email: gcea9901@ybb.ne.jp

2.面積・長さの問題例

「問題例」.氷川神社(浦和市西堀/嘉永5年/1852年)

斜 合 問	父 母 相 乘 倍 之 以 除 實 得	父 纂 母 纂 相 併 乘 鉤 爲 實	名 父 鉤 内 減 圓 徑 餘 名 母	術 曰 別 求 弦 弦 內 減 股 餘	答 曰 十 寸	寸 圓 徑 四 寸 問 斜 幾 何	今 有 如 圖 鉤 股 內 隔 斜 容	圓 只 云 鉤 八 寸 股 一 五 寸	鉤	
-------------	--	--	--	--	------------------	---	--	--	---	--

現代風訳文

図のように、直角三角形の内に直線を引き、それに接するように円がある。此处で勾を8寸、股を15寸、円を4寸とすると、内に引いた直線の長さはいくらか。

答 10寸である。

計算方法 弦は別に求めておく。弦から股を引いたものを父と名づけ、勾から円の直径を引いたものを母と名づける。

父の2乗と母の2乗をたして勾を掛け、被除数とする。父と母を掛けて2倍し、被除数を割れば、直線の長さが求められる。

勾をa、股をb、弦をc、円の直径をk、直線の長さをxとすると、

$x = a(F^2 + M^2) / 2FM$ で表せる。

但し、 $c = \sqrt{a^2 + b^2}$, $F = c - b$, $M = a - k$ とする。

<現代風解法例>

円をK(k)、勾 AB = a、股 BC = b、弦 AC = c、斜 AD = x、BD = dとする。

$c^2 = a^2 + b^2$

$x^2 = a^2 + d^2$

ADCの面積Sは、

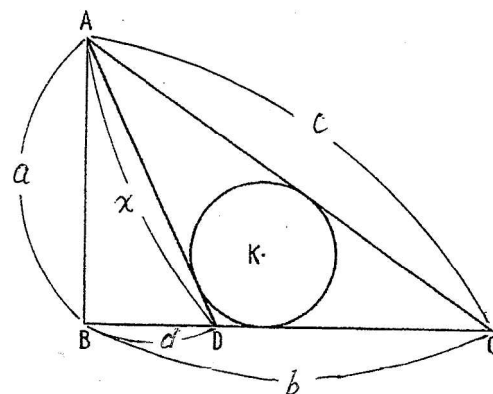
$S = (AB \cdot DC) / 2 = a(b - d) / 2 \dots$

また、内接円の公式から、

$S = (AD + DC + AC)k / 4$
 $= \{x + (b - d) + c\}k / 4$

よって、 $2a(b - d) = \{x + (b - d) + c\}k$

$(2a - k)d = 2ab - bk - ck - kx$ 此处で、両辺2乗して を代入



[岐阜県技術士会会報の情報連絡先]

代表幹事 田中 秀和 〒509-0108 各務原市テクノプラザ1-1 テクノプラザ内
TEL : 0583-79-0580 FAX : 0583-85-4316 E-mail: gcea9901@ybb.ne.jp

岐 阜 県 技 術 士 会 会 報

-30
2010. 3.16

発行人 田中 秀和
編集人 西牧 武彦

$$(2a-k)^2d^2 = \{(2ab-bk-ck) - kx\}^2$$

$$(2a-k)^2(x^2-a^2) = \{(2ab-bk-ck) - kx\}^2$$

$$(2a-k)^2x^2 - (2a-k)^2a^2 = (2ab - bk - ck)^2 - 2kx(2ab-bk-ck) + k^2x^2$$

$$4a(a-k)x^2 + 2k(2ab-bk-ck)x - (2ab-bk-ck)^2 - a^2(2a-k)^2 = 0$$

ここで、題意から、 $a-k=M$ 、 $c-b=F$ 、 $2ab-bk-ck=B$ と置いて、

$$4aMx^2 + 2kBx - \{B^2 + a^2(2a-k)^2\} = 0$$

$$\text{これを解くと、} x = \frac{-Kb \pm A}{4aM}$$

但し、 A は、以下の通りである。

$$\begin{aligned} A &= k^2B^2 + 4aM\{B^2 + a^2(2a-k)^2\} \\ &= k^2B^2 + 4aMB^2 + 4a^3M(2a-k)^2 \\ &= B^2(k^2 + 4aM) + 4a^3M(2a-k)^2 \end{aligned}$$

ここで、 $M = (a-k)$ を代入

$$\begin{aligned} &= B^2(2a-k)^2 + 4a^3M(2a-k)^2 = (2a-k)^2\{B^2 + 4a^3M\} \\ &= (2a-k)^2\{2ab - bk - ck\}^2 + 4a^3(a-k)\} \\ &= (2a-k)^2\{4a^2b^2 + b^2k^2 + c^2k^2 - 4ab^2k + 2bck^2 - 4abck + 4a^4 - 4a^3k\} \\ &= (2a-k)^2\{2a^2c^2 - 4a(a^2 + bc + a^2)k + (b+c)^2k^2\} \quad a^2 + b^2 = c^2 \\ &= (2a-k)^2\{2ac - (b+c)k\}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x &= \frac{-k(2ab-bk-ck) + (2a-k)\{2ac - (b+c)k\}}{4aM} \\ &= \frac{-4abk + 2bk^2 + 2ck^2 + 4a^2c - 4ack}{4aM} \\ &= \frac{(b+c)k^2 - 2a(b+c)k + 2a^2c}{2aM} \end{aligned}$$

此処で、 $(c+b) = (c^2 - b^2) / (c-b) = a^2 / F$ と置く。ただし、 $(c-b) = F$

$$\begin{aligned} x &= \frac{(a^2k^2 / F - 2aa^2k / F + 2a^2 / F)}{2aM} \\ &= \frac{(2a^2cF - 2a^3k + a^2k^2)}{2aMF} \end{aligned}$$

さらに、 $2a^2cF = 2(c^2 - b^2)c \cdot a^2 / (c+b) = 2(c-b)ca^2$ であるから、

$$\begin{aligned} &= \frac{(2a^2c^2 - 2a^2bc - 2a^3k + a^2k^2)}{(2aFM)} \\ &= \frac{a\{(c-b)^2 + (a-k)^2\}}{(2FM)} \\ &= \frac{a(F^2 + M^2)}{(2FM)} \end{aligned}$$

題意より、 $a=8, b=15, k=4$ のとき、 $c = 17, F = 2, M = 4$ であるから、 $x = 10$ 答 10

< 所感 >

この問題では、ピタゴラスの定理と三角形の面積から式を立てる必要があるが、面積の公式をはじめ、三角関数や図形公式は「算法助術」として出版され、広く活用されていたようである(参考資料参照)。また、難問ではないが、ある程度計算に熟練していないと、父F、母Mの形に纏めることに時間を要する。この算額を作成するのにどれだけ時間を要したか判らないが、何れにせよ、「術」は鮮やかに纏めて、美しい式に仕上がっていると思う。

[岐阜県技術士会会報の情報連絡先]

代表幹事 田中 秀和 〒509-0108 各務原市テクノプラザ1-1 テクノプラザ内
TEL : 0583-79-0580 FAX : 0583-85-4316 Email: gcea9901@ybb.ne.jp

おわりに

文献によれば、日本の数学は、中国の数学知識を土台として江戸時代、特に後半の短期間に著しく発展し、世界に例を見ない独自の数学である「和算」を生み出した。しかも、鎖国と言う外からの情報入手の乏しい環境の中で、士農工商のあらゆる階層の人達が嬉々として参加している形跡が、算額を通して窺える。

しかし、明治政府の学制発布(1872年)「和算を廃し、洋算を専ら用うべし」により洋算が主流となって衰退しはじめるが、和算の果たした功績は決して小さくない。

理論面では、和算の開祖とされる、関孝和(1642? ~ 1708)の業績が特記される。

点竄術(てんざんじゅつ/傍書術と演段術)を発明し、現代数学に匹敵する数学を確立した。

ホーナーの方法(数字係数方程式の解法)の発見。これは、「解隠題之法」(1685年)に記載されており、ホーナの方法(1819年)より134年早い発見である。

行列式の発見。「解伏題之法」(1683年)に記載されており、ライプニッツの記録(1693年)より10年早い発見となる。その他、求積(積分)、暦術、測量等幅広い業績があり、円周率を正しく51桁まで算出した建部賢弘など、優れた弟子を育成している。

一方、実務面では、伊能忠敬(1745~1818)は、徒歩にて大変精緻な日本地図(大日本沿海輿地全図)を作成したことで知られている。その背景には、和算があり、日中の測量を、その日の夜に星座で確認しながら測距を計算したとされる。

また、幕末の和算家・技術官僚の小野友五郎(1817~1898)は、咸臨丸の航海長として、勝海舟と渡米するが、和算をベースにした測量術の練達ぶりに、同乗の米国海軍大尉ブルックの賞賛を得ながら、太平洋初航海を無事に果たした。後年には、蒸気船(本邦初の国産蒸気砲艦)の設計にも従事したと言われている。

時代の要求に合わなくなれば、淘汰されるのが自然の流れではあるが、我々日本の先人達の残した貴重な文化遺産をよく見直し、新しい時代の要求に相応しいシーズを生み出すきっかけになればと、大いに期待したい。「温故知新」、含蓄のある言葉である。 以上

参考文献

PDFライブラリー(和算の館主催)で公開されている資料(印)

「和算の花」(中村信弥編著/1997年/教育書館):第一部「日本数学の歴史」

同上第二部「算法瑚璉(さんぼうこれん)」:小林忠良著/1837年(天保7年);難問集

「算額への招待」(中村信弥編著/1999年/教育書館):長野県の現存200問解説

「和算の図形公式」(中村信弥編著/2003年/電子複製版):和算公式105式解説

「現場と検定問題の解き方機械検査編」:2008年/ジャパンマシにスト社

「例題で知る日本の数学と算額」:深川英俊著/1998年/森北出版(株)

「和算用語集」:佐藤健一他4名著/2005年/(株)研成社

「算額を解く」:大原茂著/1998年/(株)さきたま出版会

[岐阜県技術士会会報の情報連絡先]

代表幹事 田中 秀和 〒509-0108 各務原市テクノプラザ1-1 テクノプラザ内
TEL: 0583-79-0580 FAX: 0583-85-4316 Email: gcea9901@ybb.ne.jp